

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

И.о. заведующего кафедрой
математического анализа

Шабров С.А.



01.07.2021

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.13 Дифференциальные уравнения, неразрешённые относительно производной

1. Шифр и наименование направления подготовки/специальности:
02.04.01 Математика и компьютерные науки

2. Профиль подготовки/специализация: рекомендуется для всех профилей

3. Квалификация (степень) выпускника: магистр

4. Форма образования: очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: кафедра
математического анализа

6. Составители программы:
Зубова Светлана Петровна, доктор физ.-мат. наук, доцент

7. Рекомендована: Научно-методическим Советом математического факультета
протокол №0500-07 от 29.06.2021г.

8. Учебный год: 2022/ 2023

Семестр(-ы): 3

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Цели изучения дисциплины:

Овладение конкретными математическими знаниями, классическими и современными методами исследования, необходимыми для применения в практической и научной деятельности, для изучения смежных дисциплин, для продолжения образования;

- интеллектуальное развитие студентов, совершенствование математического образования. Обеспечить прочное и сознательное овладение студентами системой математических знаний; - развить умения применять их при решении задач естествознания, сформировать устойчивый интерес к предмету; - выявить и развить математические способности, сориентировать на профессию.

Задачи дисциплины:

Обеспечить прочное и сознательное овладение студентами системой математических знаний;

- развить умения применять их при решении задач естествознания, сформировать устойчивый интерес к предмету; - выявить и развить математические способности, сориентировать на профессию.

10. Место учебной дисциплины в структуре ОПОП:

Дисциплина «Дифференциальные уравнения, неразрешённые относительно производной» относится к учебным дисциплинам обязательной части блока Б1 основной образовательной программы направления подготовки 02.04.01 – Математика и компьютерные науки - Магистр.

Дисциплина «Дифференциальные уравнения, неразрешённые относительно производной» базируется на знаниях, полученных в рамках бакалавриата по направлению 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» и соответствующих математических дисциплин бакалавриата, использующих соответствующие методы.

Приобретенные в результате обучения знания, умения и навыки используются при решении задач, возникающих в исследовательской и практической деятельности.

Для успешного освоения дисциплины студенты должны владеть основными понятиями теории математического анализа, дифференциальных уравнений, функционального анализа.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ОПК-1 ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы прикладной и компьютерной математики	<p>Знать: основные положения теории возмущения операторов; теории дифференциальных уравнений, неразрешенных относительно старшей производной.</p> <p>Уметь: применять методы теории дифференциальных уравнений, спектральной теории</p> <p>Владеть: навыками исследования задач с необратимым оператором при производной.</p>
ОПК-2 ОПК-2.1 ОПК-2.2 ОПК-2.3	Способен создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках, совершенствовать и разрабатывать концепции, теории и методы	<p>Знать: основные постановки задач для уравнений с необратимыми операторами</p> <p>Уметь: корректно поставить задачу для дифференциальных уравнений</p> <p>Владеть: методами моделирования дескрипторных процессов</p>

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час.(в соответствии с учебным планом) —4/144.

Форма промежуточной аттестации зачет с оценкой

13. Виды учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость		
		Всего	По семестрам	
			№ семестра 3	№ семестра
Контактная работа		40	40	
в том числе:	лекции	20	20	
	практические	20	20	
	лабораторные			
	курсовая работа			

Самостоятельная работа	104	104		
Промежуточная аттестация: зачет с оценкой				
Итого:	144	144		

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
1. Лекции		
1.1	Дифференциальные уравнения в банаховом пространстве, разрешённые относительно производной	Решение задачи Коши для линейных стационарных однородных и неоднородных дифференциальных уравнений. Формула Коши.
1.2	Необратимые операторы. Операторы, имеющие число ноль нормальным собственным числом	Ядро оператора, образ, дефектное пространство, кообраз, разложение пространства на подпространства, проекторы. Полуобратный оператор.
1.3	Решение линейного уравнения в банаховом пространстве с оператором при неизвестной, имеющим число ноль нормальным собственным числом.	Эквивалентность линейного уравнения с оператором, имеющим число ноль нормальным собственным числом, системе уравнений в подпространствах.
1.4	Регулярность операторного пучка	Условия обратимости пучка. Эквивалентность обратимости операторного пучка полноте жорданова набора элементов Случай одномерного ядра оператора.
1.5	Свойства регуляризованного оператора	Расщепление дескрипторного уравнения на уравнения в подпространствах. Расщепление начального условия. Решение дифференциальных уравнений в подпространствах
1.6	Исследование разрешимости задачи Коши. Построение решения.	Условия существования и единственности решения задачи Коши. Решение задачи Коши в регулярном и нерегулярном случае.
2. Практические занятия		
2.1	Получение решений	Применение формулы Коши для решений

	задачи Коши для линейных стационарных однородных и неоднородных дифференциальных уравнений. Формула Коши.	линейных стационарных однородных и неоднородных дифференциальных уравнений
2.2	Построение подпространств и проекторов на них для операторов, имеющих число ноль нормальным собственным числом	Построение подпространств и проекторов на них для операторов, действующих в конечномерных пространствах. Построение полуобратного оператора.
2.3	Расщепление дескрипторного уравнения на уравнения в подпространствах. Решение дифференциальных уравнений в подпространствах	Нахождение начальных условий в подпространствах Решение дифференциальных уравнений в подпространствах.
2.4	Свойства элементов жордановых цепочек	Построение элементов жордановых цепочек
2.5	Регулярность операторного пучка	Проверка регулярности операторного пучка для конкретных операторов.
2.6	Исследование разрешимости задачи Коши. Построение решения.	Решение задачи Коши в регулярном и нерегулярном случае для конкретных уравнений.

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Дифференциальные уравнения в банаховом пространстве, разрешённые относительно производной	2	2		20	24

2	Операторы, имеющие число 0 нормальным собственным числом	3	3		20	26
3	Решение линейного уравнения в банаховом пространстве с необратимым оператором при неизвестной	4	4		15	23
4	Регулярность операторного пучка	2	2		15	19
5	Свойства регуляризованного оператора	4	4		15	23
6	Исследование разрешимости задачи Коши. Построение решения.	5	5		19	29
	Итого:	20	20		104	144

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе преподавания дисциплины используются следующие виды учебной работы: лекции, лабораторные занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся. На лекциях рассказывается теоретический материал, на практических занятиях решаются примеры по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях.

При изучении курса «Дифференциальные уравнения, неразрешенные относительно производной» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждой лекции студентам рекомендуется подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки теорем, разобрать примеры, решенные на лекции. Перед следующей лекцией обязательно повторить материал предыдущей лекции.
- 2.. После практического занятия еще раз разобрать решенные на этом занятии примеры, после чего приступить к выполнению домашнего задания. Решая задачи, предварительно понять, какой теоретический материал нужно использовать. Наметить план решения, попробовать на его основе решить практические задачи. Если при решении примеров, заданных на дом, возникнут вопросы, обязательно задать на следующем практическом занятии или в присутственный час преподавателю.
3. Выбрать время для работы с литературой по дисциплине в библиотеке или в электронной базе.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Мальцев, И. А. Линейная алгебра [Электронный ресурс] / И. А. Мальцев. – М. : Лань, 2010. - 384 с. - ISBN 978-5-8114-1011-8 : Б. ц. : http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=610
2	Люстерник, Л. А. Краткий курс функционального анализа [Текст] :. — Москва: Лань, 2009. — 272 с.. — Классическая учебная литература по математике— ISBN 978-5-8114-0976-. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=245
3	Демидович, Б. П. Дифференциальные уравнения / Б. П. Демидович, В. П. Моденов. - Москва : Лань, 2008. - 288 с. - (Классическая учебная литература по математике). - ISBN 978-5-8114-0677-7 : Б. ц.: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=126

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
4	Линейные и нелинейные уравнения Соболевского типа / А.Б. Альшин и др. – М. : Физматлит, 2007. – 735 с.
5	Дифференциальные уравнения, неразрешённые относительно производной : учебно-методическое пособие для вузов / сост. С.П. Зубова. – Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2012. – 25 с.
6	Зубова С.П. Решение однородной задачи Коши для уравнения с нётеровым оператором при производной / С.П. Зубова // Доклады РАН. – 2009. – Т. 428, № 4. – С. 444–446.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)*:

№ п/п	Ресурс
1	Уравнения, неразрешённые относительно производной http://webmath.exponenta.ru/bsd/book/mater/mater_NRP.htm
2	Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета. – (http // www.lib.vsu.ru/)
3	Google, Yandex, Rambler

* Вначале указываются ЭБС, с которыми имеются договора у ВГУ, затем открытые электронно-образовательные ресурсы, онлайн-курсы, ЗУМК

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы (учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных), курсовых работ и др.)

№ п/п	Источник
1	Дифференциальные уравнения, неразрешённые относительно производной : учебно-методическое пособие для вузов / сост. С.П. Зубова. – Воронеж : ИПЦ

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение:

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий, например, на платформе «Электронный университет ВГУ» (<https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=3460>).

Перечень программного обеспечения:

Microsoft Windows 7 Enterprise, Microsoft Windows Server 2008, Microsoft Visual Studio, Microsoft SQL Server Express, Microsoft Visual C++, Microsoft Web Deploy, MySQL Connector Net, DrWeb, Symantec Desktop Email Encryption Powered Technology 10.4, Lazarus, Java 8, NetBeans IDE, VMware Player, Python 2/3, LibreOffice 5 (*Writer (текстовый процессор)*, *Calc (электронные таблицы)*, *Impress (презентации)*, *Draw (векторная графика)*, *Base (база данных)*, *Math (редактор формул)*), Gimp, MiKTeX, TeXstudio, Denwer, 1С: Предприятие 8 (*учебная версия*), Maxima, Total Commander, WinDjView, Foxit Reader, 7-Zip, Mozilla Firefox, BarsicLaz

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Специализированная мебель.

Для самостоятельной работы используется класс с компьютерной техникой, оснащенный необходимым программным обеспечением, электронными учебными пособиями и законодательно - правовой и нормативной поисковой системой, имеющий выход в глобальную сеть.

При реализации дисциплины с использованием дистанционного образования возможны дополнения материально-технического обеспечения дисциплины

Зональная научная библиотека, электронный каталог Научной библиотеки ВГУ (<http://www.lib.vsu.ru>)

19. Фонд оценочных средств

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	средства оценивания
Дифференциальные уравнения в банаховом пространстве, разрешённые относительно производной	ОПК-1, ОПК-2	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	КИМ 1 КИМ 2
Операторы, имеющие число 0 нормальным собственным числом	ОПК-1, ОПК-2	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	КИМ 1 КИМ 2 Тест
Решение линейного уравнения в банаховом пространстве с необратимым оператором при неизвестной	ОПК-1, ОПК-2	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	КИМ 1 КИМ 2 Тест
Регулярность операторного пучка	ОПК-1, ОПК-2	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	КИМ 1 КИМ 2 Тест
Свойства регуляризованного оператора	ОПК-1, ОПК-2	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	КИМ 1 КИМ 2 Тест
Исследование разрешимости задачи Коши. Построение решения.	ОПК-1, ОПК-2	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	КИМ 1 КИМ 2 Тест
Промежуточная аттестация			Тест (зачет с оценкой)

20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

КИМ1

Перечень вопросов к зачету:

1. Решение задачи Коши для линейных стационарных однородных дифференциальных уравнений.
2. Решение задачи Коши для линейных стационарных неоднородных дифференциальных уравнений. Формула Коши.
3. Свойства оператора, имеющего число 0 нормальным собственным числом.

4. Решение линейного уравнения в банаховом пространстве с необратимым оператором при неизвестной.
5. Разложение пространства на подпространства с помощью оператора, имеющего число 0 нормальным собственным числом.
6. Эквивалентность линейного уравнения с необратимым оператором системе уравнений в подпространствах.
7. Решение дифференциальных уравнений в подпространствах.
8. Регулярность операторного пучка. Условия обратимости пучка.
9. Эквивалентность обратимости операторного пучка полноте жорданова набора элементов.
10. Условия существования и единственности решения задачи Коши.
11. Решение задачи Коши в регулярном случае.
12. Решение задачи Коши в нерегулярном случае.

КИМ 2

Практические задания

1. Выделить ядро оператора $R^3 \rightarrow R^3$, задаваемого матрицей

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Выделить коядро оператора $R^3 \rightarrow R^3$, задаваемого матрицей

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

3. Построить проектор на ядро оператора $R^3 \rightarrow R^3$, задаваемого матрицей

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

4. Построить разложение пространства R^3 с помощью оператора, задаваемого матрицей

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

на образ оператора и его коядро.

Тест

1. При каких начальных условиях существует решение задачи для уравнения

$$A \frac{dx}{dt} = B x(t),$$

если операторы A и B заданы матрицами

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}?$$

2. При каких значениях параметра a решение начальной задачи

$$A \frac{dx}{dt} = B x(t)$$

существует и единственно, если операторы A и B заданы матрицами

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ a & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}?$$

3. При каких значениях параметра b решение начальной задачи

$$A \frac{dx}{dt} = B x(t)$$

существует и единственно, если операторы A и B заданы матрицами

$$A = \begin{pmatrix} 0 & b & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & b \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}?$$

4. Единственно ли решение начальной задачи для уравнения

$$A \frac{dx}{dt} = B x(t),$$

если операторы A и B заданы матрицами

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}?$$

Для оценивания результатов обучения на экзамене используются следующие показатели:

знание основных положений теории возмущения операторов; теории дифференциальных уравнений, неразрешенных относительно старшей производной, основные постановки задач для уравнений с необратимыми операторами;

умение применять методы теории дифференциальных уравнений, спектральной теории, корректно поставить задачу для дифференциальных уравнений;

владение навыками исследования задач с необратимым оператором при производной, методами моделирования дескрипторных процессов.

Для оценивания результатов обучения на зачете с оценкой используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Прочное усвоение предусмотренного программой материала; правильные аргументированные ответы на все вопросы с приведением примеров. Обучающийся владеет приемами рассуждения и сопоставляет материал из разных источников: теорию связывает с практикой, другими темами данного курса, других изучаемых предметов. Обязательным условием выставленной оценки является правильное решение предложенных примеров.	Повышенный уровень	«Отлично»
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует одному (двум) из перечисленных показателей. Но испытуемый способен решать достаточно сложные задачи для дифференциальных уравнений, неразрешенных	Базовый уровень	«Хорошо»

относительно производной. Дополнительным условием получения оценки «хорошо» могут стать хорошие успехи при выполнении самостоятельной и контрольной работы, систематическая активная работа на лекционных и практических занятиях.		
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует двум (трем) из перечисленных показателей. Испытуемый дает неполные ответы на дополнительные вопросы. Дополнительным условием получения оценки «удовлетворительно» могут стать успехи при выполнении самостоятельной и контрольной работы, систематическая активная работа на лекционных и практических занятиях.	Пороговый уровень	«Удовлетворительно»
Студент не справился с 50% вопросов и заданий билета, в ответах на другие вопросы допустил существенные ошибки. Не может ответить на дополнительные вопросы, предложенные преподавателем.	-	«Неудовлетворительно»

Текущий контроль это одна из составляющих оценки качества освоения образовательных программ, направленный на проверку знаний, умений и навыков обучающихся. Текущий контроль осуществляется по ходу обучения и дает возможность определить степень сформированности знаний, умений, навыков, а также их глубину и прочность.

Цель текущего контроля:
 обеспечение оперативной обратной связи и определение фактического уровня знаний, умений и навыков обучающихся по конкретной дисциплине учебного плана в процессе его обучения.

Задачи текущего контроля:

- повышение качества и прочности знаний студентов;
- приобретение и развитие навыков самостоятельной работы;
- повышение академической активности студентов;
- обеспечение оперативного управления учебной деятельностью в течение семестра.

Текущий контроль проводится в течение семестра по итогам выполнения контрольных работ, участия в практических занятиях, участия в тестировании, подготовке докладов и т.д. Текущий контроль успеваемости студентов является постоянным, осуществляется в течение семестра, в ходе повседневной учебной работы (формы и виды текущего контроля успеваемости студентов определяются учебными планами).

По курсу «Дифференциальные уравнения, неразрешенные относительно производной» планируются следующие виды текущего контроля: устный опрос, доклады, проверка выполнения практических заданий..

Если текущая аттестация проводится в дистанционном формате, то обучающийся должен иметь компьютер и доступ в систему «Электронный университет». Если у обучающегося отсутствует необходимое оборудование или доступ в систему, то он обязан сообщить преподавателю об этом за 2 рабочих дня.

При организации текущего контроля уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенций могут быть определены как среднее по результатам выполнения практических заданий и устных ответов.

Оценка в баллах сохраняется для дальнейшего учета при формировании оценки в конце семестра.

Промежуточная аттестация это определение и оценка уровня знаний студента за определенный период обучения. Кроме оценки уровня знаний процедура аттестации предполагает на основе анализа текущей успеваемости и отношения к учебной работе оценку ряда личных качеств студента.

Промежуточная аттестация по дисциплине «Дифференциальные уравнения, неразрешенные относительно производной» проводится в форме зачета с оценкой.

Промежуточная аттестация, как правило, осуществляется в конце семестра. Результаты текущей аттестации обучающегося учитываются при проведении промежуточной аттестации. При несогласии студента с результатами текущей аттестации ему дается возможность пройти промежуточную аттестацию на общих основаниях.

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущая аттестация проводится в форме устного опроса, выполнения практико-ориентированных заданий. Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и практическое задание, позволяющее оценить степень сформированности умений и/или навыков решения задач теории управления.

При оценивании используются количественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.